Başkent Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
ELYAD - DAL Araştırma Laboratuvarları

PIVOLKA

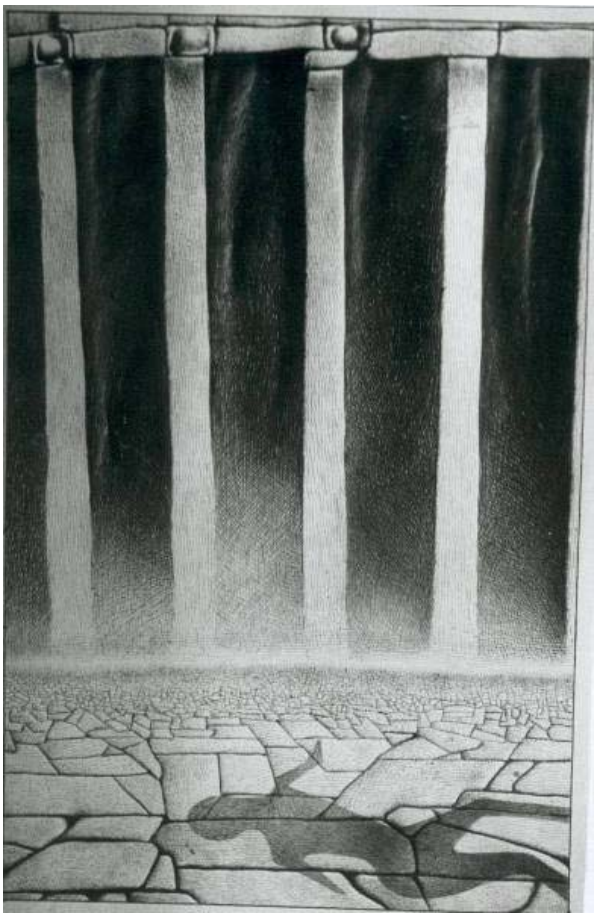
YIL 2 SAYI 5 03 / 2003

Editörden...

Bahar Muratoğlu
baharmuratoglu@hotmail.com
ELYAD—DAL Araştırma Laboratuvarları

Çocukken her şeyin farkındayızdır. Çevre; bizim için ilgi çekici ve keşfedilmesi gereken nesneler, olaylar ve olgularla doludur. İlk defa güneşin doğuşunu seyreden biri, mucizeye tanıklık ettiğine inanabilir. İlk defa deniz gören bir çocuk, sonsuz bir hayranlıkla bakabilir ona; çünkü çocukların merakı sınırsız gibidir ve onlar, yetişkinlere oranla oldukça baskın bir uyanıklık hali içindedirler.

(devamı 2. sayfada)



Giacomo Carmagnola
Shadow

BU SAYIDA

ψ *Mai*

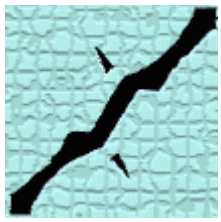
ψ *Kuhn, Popper ve 'Sosyal' Bilimler*

ψ *ILS Cihazı Olsaydı Uçak Düşmezdi…*

ψ *Yeniden π*

PIVOLKA – ***EK***

ψ *Sanatsal Matematik: Bir Biyografi*



www.elyadal.org

PIVOLKA
Yayın Kurulu

Doğan Kökdemir (Ed.)
Zuhal Yeniçeri (Ed. Yrd.)
Okan Cem Çırakoğlu
Tülin Öngel
Beyza Bermant
Kıvılcım Romya
Deniz Gültekin
Mehmet Çakar
Kürşad Demirutku
Bahar Muratoğlu
Ayşegül Özgün

Bu sayının editörü:
Bahar Muratoğlu



Giacomo Carmagnola
Recognition

Büyüdükçe bu duygular yitirilmeye başlanır. Merak ve uyanıklık, yavaş yavaş yerini alışkanlığa bırakır. Farkındalık durumu ortadan kaybolur. Ağaçlara artık pek de dikkatli bakmayız örneğin; çünkü onlar bildiğimiz ağaçlardır ve bir çekirdekten nasıl olup da koskocaman ve mükemmel bir elma ağacının ortaya çıktığını çok da merak etmeyiz. Bu duruma alışkınızdır. Ancak gerçekte, yarı uykuda olduğumuz söylenebilir.

Bazılarımız gözlerini hiç kapatmayabilir; bazılarımız ise, herhangi bir anda ufak bir ateşlemeyle hayata yeniden uyanıp farkındalık haline geçebilir. Bu geçiş kendimizi; renklerin daha canlı, çevrenin yeniden oldukça ilgi çekici ve merak uyandırıcı olduğu, parlak bir sabaha uyanmış gibi hissetmemizi sağlayabilir. Uykumuzu almış bir şekilde, pencereden dışarı bakarız ve işte evren orada bütün gizemi ve güzelliğiyle durmaktadır. Farkındalık; hayranlığı, hemen ardından da merakı getirir ve uyanık insan, pencereden bakmakla yetinmeyerek bahçeye çıkıp dolaşmaya, her şeye daha yakından bakmaya karar verir.

Farkındalık halinde, algılar sonuna kadar açıktır ve duyularımıza ulaşan her şey, aynı çocuklarda olduğu gibi kaydedilir. Çevreyi daha dikkatli izlemeye ve dinlemeye başlarız. Detaylara daha çok eğiliriz ve keşfedilecek şeylerin sonsuzluğu karşısında dehşete düşebiliriz. Bütün bunlar bizi düşünmeye ve belki de aramaya iter.

Farkında olan insan ayrıca; doğadaki, evrendeki, çevredeki güzellikleri de gerçekten görebilir ve bu, ona sonsuz bir çoşku, mutluluk ve huzur kaynağı sağlayabilir.

İşte bütün bunlardan dolayı, farkında olma halinin, yaşamdaki en önemli olgulardan biri olduğuna inanıyorum. Araştırmacı, gözlemci ve yaratıcı insan da, muhakkak ki bu olguya sahip olmalıdır. Felsefede, bilimde ve sanatta ortaya eserler koyanlar - özellikle isimleri ve eserleri belleklerimizde yer edenler-, şüphesiz bu olguyu bir yerinden ve bir şekilde yakalamışlardır. Onların ortaya koydukları; öğrendiğini, anladığını, hissettiğini, ya da fark ettiğini paylaşma ihtiyacından çıkar. Bu, o kadar güçlü bir duygudur ve yakaladığınız şey sizin için o kadar büyüktür ki; içinizde tutamazsınız.

Her eser, yaratıcısının keşiflerinin çocuğudur ve onun uyanıklığından izler taşır. Kimi eserler; detaylarına inildikçe, derinlemesine incelendikçe büyür, çoğalır ve belki de evrenin sonsuzluğunun yansıması olur. H. Kemal İlter'in "Sanatsal Matematik: Bir Biyografi" adlı yazısında anlattığı bir bilim ve sanat insanı olan Escher de, işte böyle eserlerinde, kendi farkındalığını bize çok başka perspektiflerle anlatır ve baktıkça zenginleşen resimleriyle bizi de kendi farkındalığına doğru çeker.

Dünya; hem bütün olarak hepimiz, hem de ayrı ayrı her birimiz için var ve hem bütün olarak hepimizin, hem de ayrı ayrı her birimizin etrafında dönüyor...

Mai

Anıl Karaoğlu
anil_karaoglu@hotmail.com
Hacettepe Üniversitesi Devlet Konservatuarı



Önder Focan

Maviyi görüyorum önce. En derinindeki karanlık, üzerinde ışığın oynaştığı bir kavisle en parlak noktasına ulaşıp yine kendi içine akıyor. Kendimi ona doğru giderken buluyorum. Her adımda biraz daha yaklaşıyorum, ben farketmeden etrafımı sarsın istiyorum. Sisli grilerin arasından süzülüyorum. Tonların gittikçe açılıp maviye karışmasını beklerken, gri yoğunlaşarak katılaşıyor ve ben yoğunluğun maviyle sınır oluşturduğunu anladığımda, elimdeki bilete bakmaksızın bulduğum ilk koltuğa, oturuyorum.

İlk önce basçı Stefan Weeke çıkıyor sahneye. Siyah gömleğinin iliklenmemiş birkaç düğmesinin arasından gözüken geniş halkalı zincirin ucundaki büyük, gümüşten daire ilgimi çekiyor. Onun; Herle Ellis, Joe Lovano gibi pek çok ünlü isimle konserler verdiğini, on altı CD kaydının bulunduğunu ve birçok uluslararası ödülün de sahibi olduğunu öğreniyorum. Kendisi; Alman cazının dünyadaki en iyi temsilcilerinden biri olmanın yanı sıra, Avrupa'nın en iyi basçılarından biri olma ünvanını da taşıyor.

Stefan Weeke'nin ardından, omzuna kadar gelen açık kumral, dalgalı saçlarıyla davulcu Ernst Bier geliyor. Ernst Bier, Avrupa'nın önemli davulcularından biri. Berlin'de eğitmen olarak çalışıyor. 1982-87 yıllarında; Chat Baker, Ray Anderson, Sester Bowie gibi birçok ünlü isimle konser ve albüm çalışmaları yapmış.

Ve grubun akustik gitarcısı Önder Focan, bize has ılık bir atmosferle sahnenin en soluna yerleşiyor. Yirmi yaşında caza ilgi duymaya başlayan Önder Focan; "Üçüncü Göz", "Melodram", "Bütün Kapılar Kapalıydı" filmlerinin müziklerini yapmış. Birçok uluslararası festivale katılmış ve az sonra başlayacak olan konser, Focan'ın sekizinci albümüymüş. "Spontaneous International Jazz Friends" adını taşıyan trio; 1997'de Stefan Weeke ve Ernst Bier'in İstanbul-Berlin arası düzenlenen bir caz festivali nedeniyle İstanbul'a gelmesi ve Önder Focan'ın onları kendi caz klubüne davet etmesi üzerine oluşan dostluk sonrasında kurulmuş. Grup bir dizi konserin ardından, " Spontaneity and Improvisation" albümünü kaydetmiş.

Önder Focan, Stefan Weeke ve Ernst Bier... Her biri kendini taşıyor sahnede, her biri kendisini taşırıyor bize doğru. Mavinin hafifçe yüzüme deyişini bu sıralarda hissediyorum. Bir Türk ve iki Alman'ın ortaya çıkardığı oluşumun güzelliğini ilk notadan itibaren farkediyorum. Tüm bu oluşum; iki kültürün farklı duruşunu, esintilerini içinde barındıran bir döngü oluyor ve döngünün ritmiyle etrafıma yayılıyor.

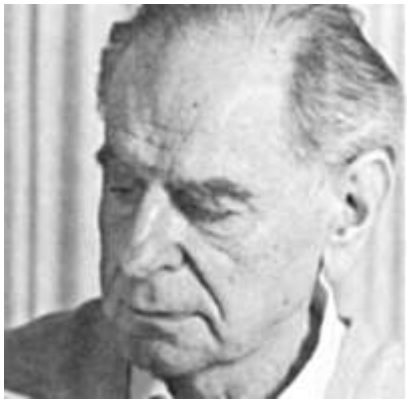
Bir ara kendimi hiç bilmediğim bir yere uzaktan bakarken buluyorum. Akustik gitar; o yerin özelliklerini, güzelliklerini, insanlarını, doğasını anlatıyor tüm inceliğiyle. Bas gitar, iç dünyasının gizemini yansıtıyor; davul ise yaşanılanların ritmini. Önce uzaktan seyrederken bu gizemli toprakları, gittikçe ona doğru çekiliyorum. Oluşumun döngüsü, bana o yerin özünü gösteriyor. İsmini bilmesem de, o toprakları biliyorum artık. Az sonra Stefan Weeke mikrofondan bize sesleniyor, kendi bestesi olan bu parçanın Afrika'yı anlattığını söylüyor. Afrika'yı biliyorum, ne güzel bir duygu bu...

Konserin devamını, adeta müziğin içinde yüzerek dinliyorum. Basın muazzam tonuyla davulun uyumu ve akustik gitarın ilk sesinin onların üzerinde süzülüşü, anlatamayacağım güzellikte. Dudağımda bir gülümseme, ben de söyleyerek katılıyorum döngüye. İnsanlardan gelen mutlu alkışlar, ıslık sesleri...

En sonunda Stefan Weeke, tatlı uykular dileyerek uğurluyor hepimizi ve bu güzel trio, son bir parça daha çalarak sahneden ayrılıyor. Dudağımda mutlu bir tebessümle maviyi buluyorum her yanımda ve mavinin içinden süzülerek bu defa, ayrılıyorum oradan...

Kuhn, Popper ve 'Sosyal' Bilimler

Zuhal Aslan
zuhala@baskent.edu.tr
Başkent Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi



Karl Popper
1902 - 1994

Herhangi bir bilimsel topluluğun üyelerini birbirine bağlayan ve onları benzer diğer grupların üyelerinden ayıracak bir şey bulunabilir mi? Thomas Kuhn'a göre bu sorunun cevabı, "evet". Belli bir zaman dilimi içinde bir grubun ya da topluluğun düşünme biçimi ve davranışlarını belirleyen bir dünya görüşü, bir algı dayanağı, bir izlenceler bütünü, bir model olarak tanımlanan paradigma, bilimsel bir topluluktaki üyelerin -ve de yalnız onların- paylaşmış olduğu bir şeydir (Kuhn, 1977; Şimşek, 1997).

Herhangi bir alanda ortaya çıkmış olan sorunlara çözüm bulabilmek amacıyla ortaya atılan paradigma; sorunları çözmeye başladıkça dikkatleri üzerine toplar, daha çok kişi tarafından kullanılır, kullanıldıkça büyür, güçlenir ve büyüdükçe daha çok kullanılır. Bu süreç sonunda alana hakim olan paradigma; alternatif bir paradigmanın olmaması durumunda sağladığı hakimiyet ile gittikçe din gibi bir bağlılık ortaya çıkarır, her soruna çözüm olduğuna 'inanılır' ve sorgulanamaz hale gelir. Bilim insanları tüm gerçekliği bu paradigma çerçevesinde anlamaya çalışırlar. Kuhn'a göre; herhangi bir alanda sorunlar yığılmaya başlayınca bilim insanları ortaya bir görüş atmakta, bu görüş sorunlara çözüm olduğu ölçüde kabul görmekte ve yaygınlaşarak alana hakim olmaktadır. Paradigmanın bu hakimiyet süreci, bilim insanları arasında ortak bir görüşün çıkmasına zemin hazırladığı için, ortaya çıkan tüm problemlere de bu paradigma çerçevesinde çözüm üretilmektedir. Oysa Karl Popper'a (1993) göre; her soruna çözüm olabilen, alana tümüyle hakim olan tek bir görüş yoktur. Esas olan; kuramların ortaya atılması, birbirleriyle rekabet etmeleri, test edilmeleri ve sonunda daha iyi olan kuramın diğerlerine tercih edilmesidir. Önemli olan, Kuhn'un vurguladığı gibi eş-doğrultuda düşünme, ortak görüşe zemin hazırlama değil; eleştirel akılcılık ve sorgulamadır. Popper'a göre, bilgiyi ilerletmenin yolu eleştirel akılcılıktır. Oysa Kuhn'a göre, bilime geçişe damgasını vuran şey, eleştirel yaklaşımın bir kenara bırakılmasıdır; eleştiri sadece bunalım anlarında ortaya çıkar (Kuhn, 1977).

Kuhn; bir kuramdaki aykırılık, başarısızlık ve çatışmaların yeni bir kuramın oluşmasına yol açtığını söylemektedir. Bu noktadan bakıldığında Popper ile aynı şeyi söylüyor gibi görünse de, aralarında bir yaklaşım farkı bulunmaktadır: "Tıpkı, zanaatine bağlı bir dülgerin, içinde özel bir çiviyi çakmaya elverişli bir çekiç bulundurmadığı için araç çantasını işe yaramaz diye bir yana atamadığı gibi, bilim uygulayıcıları da bir uygunsuzluk duyulduğu için yerleşik kuramı gereksizdir deyip bir kenara atamaz" (Kuhn, 1977). Kuhn'a göre; halen sorunların bir kısmını çözmeye yeten, soruların bazılarına cevaplar verebilen bir kuramı reddetmek için, ortaya çıkan birkaç aykırılık yeterli değildir. Çünkü, halen kuramı ayakta tutmanın yolları bulunabilmektedir. Başka bir deyişle Kuhn, doğrulamacı bir yaklaşım izlemektedir. Oysa Popper'ın izlediği yanlışlamacı yaklaşıma göre; ortaya çıkan tek bir aykırılık, kuramın yanlış olduğunu gösterir ve o kuram reddedilir. Kuhn tespit edilen aykırılıklar sonucu kuramı reddetmezken, Popper reddetmekte; ama her ikisinde de bu süreç yeni araştırmaların başlamasını tetiklemektedir.

Kuramları test edip sorgulayan Popper'a karşın Kuhn'a göre; yürürlükteki kuram (paradigma) sorgulanamaz. Bilim insanlarının amacı; paradigmanın belirlediği çerçeve içinde, bulmaca (puzzle) adı verilen sorunları çözmektir. Bu yüzden; testler, deneyler bu problemlere yöneliktir, yürürlükteki kurama değil. Diğer bir deyişle, kişisel problem çözümleri test edilir. Bu testlerde bir başarısızlık, aykırılık bulunduğunda hata kuramda değil, kuramın uygulayıcılarında, yani bilim insanlarındadır; onların yeteneği kusurludur. Kuhn'a göre; teste tabi tutulan, kuramdan çok bilim insanıdır. Popper için önemli olan 'test edilebilirlik', Kuhn'da yerini 'uygulanabilirlik'e bırakmıştır. Kuhn'a göre, çözülecek bulmacalar (puzzle'lar) yoksa, uygulanacak bir bilim de yoktur (Kuhn, 1977).

Her ikisinin de, bilimsel bilginin kazanılması süreciyle ilgilenmeleri, bir kuramın reddedilip yerine başka bir kuramın geçirildiği dinamik bir süreçten bahsetmeleri, kuramla gözlemin yakın ilişki içinde olduğunu vurgulamaları, tarafsız gözlem olacağına kuşkuyla bakmaları, aykırılıkların yeni araştırmaların başlamasına yol açacağını göstermeleri gibi ortak noktaları bulunsa da; Kuhn'a ait şu söz ikisi arasındaki farkı çok açık bir şekilde ortaya koymaktadır: "Kurama yapılan bir tehdit, bilimsel yaşama yapılmış bir tehdittir." (Kuhn, 1977).

Temelinde insanı ve insanın oluşturduğu süreçleri anlamaya ve açıklamaya çalışan sosyal bilimler açısından, bu iki farklı bilimsel yaklaşım, doğal olarak farklı sonuçlar doğurabilmektedir. İdeolojilerin kural koyucu niteliğini içinde barındıran eleştiriye kapalı disiplinler, kuramı ne pahasına olursa olsun korumaya yönelik

davrandığı ve 'en gelişmiş' olanı yıkmanın birkaç küçük aykırılığın ortaya çıkmasıyla mümkün olmadığı, sorgulanamaz 'en gelişmiş' bilgilerin çevrelediği ve diğer tüm bilgilerin bu tanıdık gelişim çizgisinde ilerlediği bir kısır döngü yarattığı içindir ki; bu alanlarda bilimsel ilerlemenin yeniliklerle değil, öz-doğrulamayla olması beklenmektedir. Oysa ki öz-doğrulama; yürürlükte olanı güçlendirmeye yarayacağı için, zaman içinde değişmez katı kurallar doğuracaktır.

İnsanları basit birer mekanizma gibi değerlendiren bu tür yaklaşımların ulaştığı evrensel gerçekler mümkün müdür? 'Sosyal' olma iddiasındaki bilimler, insan davranışlarını ve bu davranışların nedenlerini ve sonuçlarını zaman ve mekanla sınırlı olarak yorumlayabildikleri için, bu yorumlama sırasında kullanılan tüm kavramlar ve ulaşılan sonuçlar evrensel gerçekler olmaktan çok, o zamana ve mekana özgü bilgi paylaşımları olacaktır. İnsanla çevresi arasındaki ilişki, birbiriyle ilişkili birkaç değişkenin oluşturduğu denklemler sistemi gibi olsaydı; bu denklemler sisteminin çözümü tüm dünya üzerinde yüzyıllar boyunca aynı olurdu.

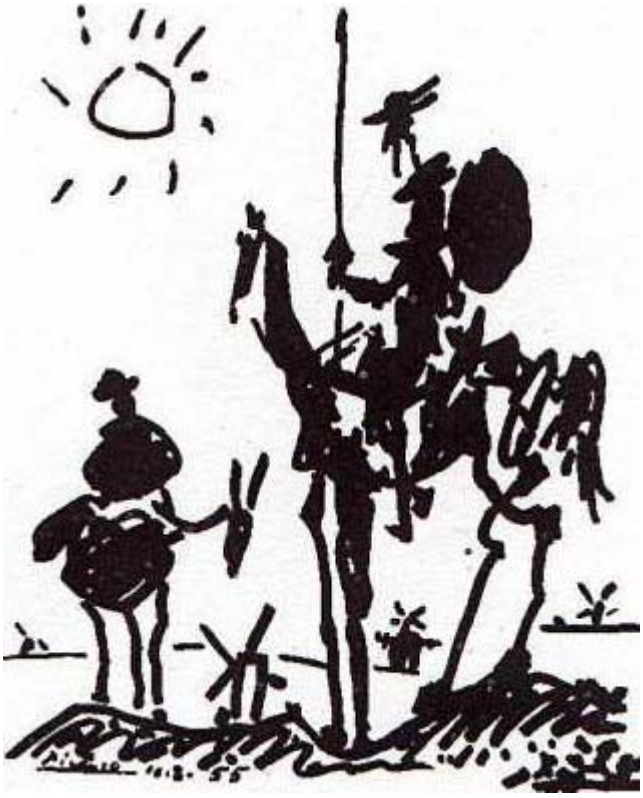
Belki de bu karmaşıklık nedeniyle herhangi bir bilgi disiplini, insanı, onun yarattığı süreçleri ve kavramları açıklamada tek başına yetersiz kalmaktadır. Bu yüzden disiplinlerarası çalışmaların, bilginin kazanıldığı dinamik süreci zenginleştirmek açısından büyük katkıları olacaktır.

Kaynakça:

Baudouin, J. (1993). *Karl Popper*. İstanbul: İletişim.

Kuhn, T.S. (1977/1994). *Asal gerilim: Bilimsel gelenek ve değişim üzerine seçme incelemeler*. İstanbul: Kabalcı.

Şimşek, H. (1997). *21. Yüzyılın eşiğinde paradigmalar savaşı: Kaostaki Türkiye*. İstanbul: Sistem.



Picasso
"Don Quixote"

ILS Cihazı Olsaydı Uçak Düşmezdi...

Ayşegül Yaman
yamanaysegul@yahoo.com
ELYAD—DAL Araştırma Laboratuvarları

İstanbul-Diyarbakır seferini yapan THY uçağının iniş sırasında düşmesi, akıllarda birçok soru işareti uyandırdı. Konu hakkında bilgi sahibi olan olmayan, sebep üretmeye ve faturayı kime çıkarabiliriz diye düşünmeye başladı. Bazı kimselerce yapılan açıklamalarda ortak sebep, uçağın yoğun sis nedeniyle düşmesiydi, kara kutu henüz incelenmediği için iddia kesinlik kazanmadı ve ülkemiz olayın ciddiyetini yaşadığımız her felaketten sonra olduğu gibi 75 canın kaybedilmesiyle anladı.

Kaza ile ilgili olarak medyadan ve diğer yorumculardan alınan bilgiler çerçevesinde değerlendirme yaparsak, uçağın düşme sebepleri şunlar olabilir:

- Pilotun pisti görmeden inişe geçmiş olması (indiği yeri pist sanması),

- Yaklaşma esnasında meteorolojik nedenlerden dolayı uçağın alabora olması ile yere çakılması (çok alçakta olması nedeniyle manevraya zamanının kalmaması gibi),

- Pilotun ufak tefek görsellerle ve varsayımlarla uçağı inişe zorlaması,

- Pilotun, Havaalanı Alçalma Limitlerinin altında seyretmiş olabileceği ve en çok üzerinde durulan Diyarbakır Havaalanı'nda ILS sisteminin bulunmaması.

Bunlardan en çok tartışılanı, Aletle İniş Sistemi (ILS)'nin Türkiye'de sadece 10 havaalanında (Atatürk, Esenboğa, Antalya, Dalaman, Adnan Menderes, Trabzon, Adana, Nevşehir, Bodrum-Milas, Süleyman Demirel Havaalanları) bulunması konusu. Haberi okuduğumda, bu her açıklamada adı geçen ILS kelimesinin anlamını merak ettim; nedir bu ILS? Olmazsa olmaz mı? Her havaalanına kurulabilir mi?

ILS Aletli İniş Sistemi (Instrument Landing System):

Hava Meydanları Seyrüsefer Yardımcı Sistemleri, uçağın pist başına kadar hassas yaklaşmasını sağlayan bir sistemdir. (1) ILS; bulut tavanının alçak, görüş faktörlerinin kötü olduğu hava koşullarında, uçağın alçak bir biçimde piste yaklaşmasını ve piste elektronik cihazlarla emniyetli iniş yapmasını sağlar, pilota istikamet bilgisi verir. (2) Pilotların özellikle sisli ve karlı havalar gibi görüş mesafesi olmadığı zamanlarda inişlerini büyük ölçüde kolaylaştırdığı belirtilen sistemin, bünyesinde bulundurduğu teçhizatlar şunlardır:

Localizer Ünitesi: Pist yüzeyinde yatay yönde yayın yapmakta olan teçhizattır. Uçağı pist ekseni istikametine doğru yönlendirir. Pist sonundan itibaren 1000 feet (300 metre) mesafededir. Localizer vericileri 25 nm'ye kadar sinyal yayınlar. Yani uçak, pist uzantısından 25 nm'den itibaren sinyali almaya başlar.

Glide - Path Ünitesi: Pistin dikeyinde, yaklaşık 3° açıyı verecek şekilde yayın yapan teçhizattır. Yani uçağı yaklaşık 3°lik (piste en uygun süzülme açısı) bir eğimle pist başına doğru yönlendirir.

Middle and Outer Marker Beacons Üniteleri (Orta ve Dış Marker Üniteleri): Localizer ve Glide-Path teçhizatlarının sinyallerinin belli mesafelerde dikine keserek yayın yapan teçhizatlarıdır. Alçalma yapan uçakların pilotlarına, pist başına ne kadar mesafede olduklarını bildirir. Dış, orta ve iç olmak üzere 3 marker vardır. Dış marker, pist başına yaklaşık 4 nm (7240 m) mesafededir. Orta marker, pist başına 3500 feet (1050 m) mesafededir. İç marker de, pist başından 50 feet (15 m) uzaklığa yerleştirilir.

Ayrıca ILS 'ler kendi aralarında; uçağın 60 m'ye kadar alçalabildiği CAT1, 30 m'ye kadar alçalabildiği CAT2, ve sıfır seviyesindeki CAT3 olmak üzere üç kategoriye ayrılır. (1, 2, 3)

Tipik ILS yerleşim planı (4)

Hava meydanlarında ILS sistemine ilave olarak seyrüsefer yardımcı sistemleri, (VOR Ünitesi, DME Ünitesi, NDB Sistemi... vb.), Radar Üniteleri, görsel olarak pist aydınlatma sistemleri de mevcuttur.

VOR: VHF (Very High Frequency): ile çalışan çok yönlü radyo seyrüsefer istikamet cihazı.

DME (Distance Measuring Equipment): Mesafe ölçme cihazı.

VOR ile DME eşlenik çalışırlar. ILS sisteminin olmadığı hava meydanlarında, VOR yaklaştırma cihazıyla iniş kalkış yapılabilir.

Her havaalanına ILS sistemi kurulamaz. Havaalanının bulunduğu yerin çevresel arazi kodlarının uygun olması gerekir. Mania kriterlerinin; kalkışta %2'lik eğim, inişte %2.5'lik eğimin altında olması gerekir. Cihazın

gerekliliği, havaalanının fiziki koşullarına göre belirlenir. 800-1200 m görüş mesafesindeki sisli havalarda güvenli iniş sağlar. Düz ve sis görülmeyen bölgelere kurulan havaalanları için bu sisteme gerek yoktur. Bu sistemde pilot devreden çıkmaz, sadece verileri sürekli kontrol altında tutar. ILS'nin sağladığı görüş mesafesi, pist ışıklandırmasına bağlı olarak değişir.

Sonuç olarak, ILS her havaalanında olmalı diye bir şart yok! Uçak kazaları pilotaj hatası, çevresel koşullar ve teknik sorunlar nedeniyle olabilir. Diyarbakır Havaalanında bu sistem kurulmuş olsaydı kaza riski daha az boyutlarda olurdu. Bu da göz ardı edilemeyecek bir sonuç. Ancak bir gerçek var ki, o da, ülkemizin felaketlerin önlemini yaşanmadan önce al(a)maması! (1, 2, 3, 5, 6)

Kaynakça:

(1) Uluslararası Sivil Havacılıkta Kullanılan Uluslararası Standartlar ve Tavsiye Edilen Uygulamalar. Seyrüsefer Sistemleri: Uluslararası Sivil Havacılık Teşkilatı (ICAO) yayıları Annex-10 1.cilt

(2) http://ntvmsnbc.com/news

(3) http://www.ozgurpolitika.org

(4) A.g.e Görsel Yardımcılar Annex-14 1. cilt

(5) http://www.hurriyetim.com.tr

(6) http://www.nethaber.com



VOICE OF THE EMPIRE

London Herald

VOICE OF THE EMPIRE

FRIDAY 18th DECEMBER 1903

FLYING MACHINE TAKES TO THE AIR!

Wright Brothers Make First Powered Flight

Heavier than Air Machine covers 852 feet

The Wright Brothers

Flyer

SUNLIGHT SOAP

Yeniden π

Levent Özbek
ozbek@science.ankara.edu.tr
Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü

π sayısı, matematik bahçesinin en zarif çiçeklerinden birisidir. Archimedes'den beri yüzlerce yıldır, matematikçilerin ve diğer bilim insanlarının merak ve ilgiyle kokladıkları bir çiçek olagelmiştir. Bu sayının birçok özelliği vardır: Dairenin çevresinin çapına oranıdır ve transandant (aşkın) bir sayıdır (katsayıları tam sayı olan cebirsel bir denklemin çözümü olamayan sayı).

π'nin; geometri, olasılık, diferensiyel ve integral hesaplamalarda farklı bir biçimde kullanıldığını görmek, gerçekten de ilginçtir. Niye biri, bugün süper bilgisayarlarla yapıldığı gibi, π'nin değerini milyonlarca basamağa kadar hesaplamak istesin? π'nin ondalık basamaklarına karşı bu ilginin kaynağı nedir? Bu, süper bilgisayarların donanım ve yazılımlarının kapasitelerinin ölçülmesinde kullanılır. Hesaplama yöntemleri, yeni düşüncelerin ve kavramların ortaya çıkmasını sağlar. Gerçekten, π'nin bir düzeni, kalıbı yok mu? Sonsuz çeşitlilikte kalıplar mı içeriyor? π'nin içindeki bazı sayılarla daha sık mı karşılaşılıyor? Öyleyse bu sayılar tam da rasgele dağılmış değil mi acaba? Belki de matematikçilerin yüzyıllar boyunca π'ye duydukları ilgi ve hayranlık, dağcıları hep daha yükseklere tırmanmaya yönelten güçlü istek ve duygulara benzetilebilir.

Binlerce yıldır insanlar, π'nin daha çok ondalık basamağını hesaplamaya çalışmaktadır ve bu ondalık basamakların nasıl bir dağılım gösterdiği merak konusudur. π'ye duyulan bu ilgi nereden kaynaklanmaktadır? Acaba π'nin bugüne kadar bilinen özelliklerinden başka, keşfedilmeye hazır daha hangi özellikleri vardır?

Aslında tüm bu soruların yanıtı, henüz açık bir şekilde verilebilmiş değildir. Her gün π ile ilgili yeni bir yazı çıkmaktadır. İnsanın merak ve tutkusu sürdüğü sürece, π'de yeni bir estetik yön bulma arzusu sonsuza dek sürecek gibi görünmektedir.

Matematik literatüründe karşımıza çıkan ve matematikçiler tarafından estetik özelliğinden sıkça sözedilen "$e^{i\pi}+1=0$" eşitliği; matematiğin en önemli sabit sayıları olan $e, i, \pi, 1, ve\ 0$ sayılarını içermesi açısından da oldukça ilginçtir.

Matematik bahçesinin en zarif çiçeği orada durmakta ve belki de sonsuz özelliklerini sunmaya hazır bir sevgili gibi beklemektedir. Yazının devamında sorulan soruların bazılarının yanıtının neden zor olduğu ve insanlığın bugüne kadar bu çiçeği hangi yönlerden koklamaya çalıştıkları üzerinde durulacaktır.

1. Kısa Tarihçe

Hemen hemen tüm matematik kitaplarında, özellikle matematiği genelde bilime ilgi duyan kişilerin okuması için yazan kitaplarda, π ve onun özelliklerinden söz edilmeden geçilmemiştir [1]-[9].

Archimedes'ten sonra π sayısı üzerinde çok çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan ilki, π sayısının irrasyonel bir sayı olduğunun gösterilmesidir. Lindemann (1852-1939), 1882 yılında π sayısının transandant (aşkın) bir sayı olduğunu göstermiştir.

π'yi hesaplamak için kullanılan en ilginç yollardan birini, 18. yy'da Fransız doğa bilimci Buffon, İğne Problemi'nde kullanmıştır. Bir düzlem, araları d birim olan paralel çizgilerle ayrılmıştır. Uzunluğu d'den kısa olan bir iğne, bu çizgili yüzeye düşürülür. Eğer iğne bir çizginin üzerine düşerse, iyi atış olarak kabul edilir. Buffon'un şaşırtıcı buluşu; iyi atışların kötü atışlara oranının π'yi içeren bir açıklamasının olmasıydı. Eğer iğnenin uzunluğu d birimse, iyi atış olasılığı $2/\pi$' dir. 1901'de Lazzerini 3408 atış yaparak π'nin değerini 3.1415929 olarak hesapladı ki; bu altı ondalık basamağa kadar doğruydu. π'yi hesaplamak için başka bir olasılık yöntemi, 1904'de R.Charles tarafından bulundu. Buna göre; rasgele yazılan iki sayının göreceli asal olmalarının olasılığı $\frac{6}{\pi^2}$ dir.

π'nin hesabı için çok değişik yöntemler kullanılmakla birlikte, günümüzde yakınsak sonsuz seriler, çarpımlar ve ardışık yineleme bağıntıları kullanılmaktadır [18]-[22]. İnternet üzerinde π'ye açılan kapı olarak [22] nolu adresten yararlanılabilir.

2. π İçin Bazı Hesaplama Yöntemleri

π sayısını hesaplamak için çok değişik yöntemler kullanılmakla birlikte, bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir. Biraz programlama bilgisi olan birisi, bu yöntemleri kullanarak π' yi kolaylıkla hesaplatabilir.

Archimedes (ca250 BC)

$a_0 = 2\sqrt{3}$ ve $b_0 = 3$ başlangıç değerlerine bağlı olarak;

$a_{n+1} = \dfrac{2a_n b_n}{a_n + b_n}$ ve $b_{n+1} = \sqrt{a_{n+1} b_n}$ ardışık yineleme formulüyle hesaplanır.

Francois Viete (ca.1579)

$$\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\ldots$$

John Wallis (ca.1650)

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2.2.4.4.6.6.8.8\ldots}{1.3.3.5.5.7.7.9\ldots}$$

Madhava, James Gregory, Gottfried Wilhelm Leibnitz (1450-1671)

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$$



Isaac Newton (ca 1666)

$$\pi=\frac{3\sqrt{3}}{4}+24\left(\frac{1}{3.2^3}-\frac{1}{5.2^5}-\frac{1}{7.2^7}-\frac{1}{9.2^9}-\ldots\right)$$

Leonard Euler (ca. 1748)

$$\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\ldots \rightarrow \frac{\pi^2}{90}=1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^4}+\ldots$$

Eugene Salamin, Richard Brent (1976)

$a_0=1, b_0=1/\sqrt{2}$ ve $s_0=1/2$ başlangıç değerlerine bağlı olarak $k=1,2,3,\ldots$ için

$$a_k=\frac{a_{k-1}+b_{k-1}}{2} \rightarrow b_k=\sqrt{a_{k-1}b_{k-1}} \rightarrow c_k=a_k^2-b_k^2 \rightarrow s_k=s_{k-1}-2^k c_k$$

olmak üzere; " $p_k=\frac{2a_k^2}{s_k}$ " bağıntısı ile hesaplanır.

Jonathan Borwein ve Peter Borwein (1991)

$a_0=1/3,\ s_0=(\sqrt{3}-1)/2$ başlangıç değerleri için

$$r_{k+1}=\frac{3}{1+2(1-s_k^3)^{1/3}} \rightarrow s_{k+1}=\frac{r_{k+1}-1}{2} \rightarrow a_{k+1}=r_{k+1}^2 a_k-3^k(r_{k+1}^2-1)$$

olmak üzere $1/a_k$, π 'ye yakınsar.

Jonathan Borwein ve Peter Borwein (1985)

$$\left(\frac{1}{10^5}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-\frac{n^2}{10^{10}}}\right)^2=\pi$$

Roy North (1989)

$$4\sum_{k=1}^{500,000}\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}=3.14159\underline{0}6535897932\underline{\underline{4}}0462643383\underline{2}6\underline{9}502884197$$

burada sadece altı çizgili olan rakamlarda hata vardır.

David Bailey, Peter Borwein ve Simon Plouffe (1996)

$$\pi=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{16^i}\left(\frac{4}{8i+1}-\frac{2}{8i+4}-\frac{1}{8i+5}-\frac{1}{8i+6}\right)$$

3. Model, Rasgelelik, Simülasyon ve π Sayısı

π sayısının neden bu başlık altında incelendiği; "Model", "Rasgelelik" ve "Simülasyon" kavramlarından biraz bahsettikten sonra açıklık kazanacaktır.

Evrende olup bitenleri anlama ve anlatma çabası içinde olan insan; ilgilendiği olay ve süreçlerle ilgili çeşitli modeller kurar ve bu modeller üzerinde çalışarak, gelecekte ne gibi durumlar ortaya çıkabileceğini bilmeye çalışır. Model; gerçek dünyadaki bir sistemin yapı ve işleyişinin, ilgili olduğu bilim sahasının (fizik, kimya, biyoloji, jeoloji, astronomi, ekonomi, sosyoloji, ...) kavram ve kanunlarına bağlı olarak ifade edilmesidir. Model; gerçek dünyadaki bir olgunun bir anlatımıdır, bir temsilidir. Gerçek dünyanın çok karmaşık olması nedeniyle modeller, anlatmak istedikleri olgu ve sistemleri basitleştirerek onları belli varsayımlar altında ele almaktadır. Modeller gerçeğin kendileri değildir ve ne kadar karmaşık görünseler de gerçeğin bir eksik anlatımıdırlar. Kısaca model denilen şey, model kurucunun gerçeği "anlayışının" bir ürünüdür ve her model kurma işlemi bir soyutlama sürecidir.

Modeller değişik biçimlerde sınıflandırılmaktadır. Matematiksel modeller, anlatım gücü en fazla ve en geçerli olan modellerdir. Model kurucunun gerçek dünyadaki olguya bakış açısına bağlı olarak, modellemede farklı durumlar sözkonusu olabilir.

Newton'un Mekaniği ile doruk noktasına ulaşan Laplace anlamında belirlenimci dünya görüşü (determinizm-gerekircilik, saat gibi tıkır-tıkır işleyen evren modeli), kuantum fiziğinin gelişimi ile beraber yerini olasılıkçı dünya görüşüne bırakmak zorunda kalmıştır. Belirlenimci dünya görüşü (determinizm, belirlenmişlik) ve bununla ilişkili nedensellik ve rasgelelik kavramları; bilim, felsefe, sanat gibi alanlarda çok tartışılan konular arasında yer almaktadır [1]-[8].

Gerçek dünyayı anlama ve anlatmada, yani modellemede, insan aklının en güçlü iki aracı matematik ve istatistiktir. İstatistik; özellikle, rasgelelik içeren olguların modellenmesinde ön plana çıkmaktadır. Bu durumda, "Rasgelelik nedir?" sorusu önem taşımaktadır.

Pagels, "Rasgelelik nedir?" sorusuna cevap vermeye çalışırken, matematiksel ve fiziksel rasgelelik problemleri arasında ayrım yapmanın önemine değinmiştir ve "*Matematiksel problem, sayılar veya fonksiyonların rasgele sırasının ne anlama geldiğini tanımlayan bir mantıksal problemdir. Fiziksel rasgelelik problemi, gerçek fiziksel olayların rasgelelik konusundaki matematiksel kriterlere uyup uymadığını belirlemektir. Rasgeleliğin matematiksel bir tanımına sahip olana kadar, doğal olayların bir dizisinin gerçekten rasgele olup olmadığını belirleyemeyiz. Bir kere böyle bir tanımımız olunca, o zaman, gerçek olayların böyle bir tanıma karşılık gelip gelmediğini belirleme konulu ek deneysel bir problemimiz olur. Burada ilk problemle karşılaşırız: Matematikçiler, rasgeleliğin kesin bir tanımını verme ya da onunla bağlantılı bir iş olan olasılığı tanımlama işinde hiçbir zaman başarı sağlayamamıştır...*" demiştir.

Yine Pagels; π sayısının ondalık açılımındaki sayıların, rasgelelik testlerinden geçebileceğini veya bu sayıların çeşitli olasılık dağılımlarına uyabileceğini belirtmiştir. Dolayısıyla π'ye, bir de rasgelelik açısından bakılmasında yarar vardır.

Buffon'un İğne Problemi; π'nin bir geometrik olasılık probleminin çözümü sonucunda ortaya çıkması açısından özellikle ilginçtir. Bu deney herkes tarafından kolayca yapılabilir ve π için bir tahmin elde edilebilir. Olasılık ve istatistik kitaplarının hemen hepsinde, Buffon'un İğne Problemi'ne yer verilmiştir [10]-[14].

Yine π'yi tahmin etmek için, "$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$" özelliği kullanılarak Monte Carlo İntegrasyonu olarak bilinen yöntem kullanılabilir. $U_1, U_2, \ldots, U_n$ rasgele değişkenleri $(0,1)$ aralığında düzgün dağılıma sahip olmak üzere (hesap makinalarındaki RND tuşu, bilgisayarlardaki RND fonksiyonu veya rasgele rakamlar tablosu kullanılarak bu sayılar elde edilebilir)

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{1-U_i^2}$ toplamı ; $\frac{\pi}{4}$ için bir tahmin verecektir.

"Durup dururken nereden çıktı bu rasgele sayılar?" dediğinizi duyar gibi oluyorum. Model, rasgelelik, nedensellik gibi pek çok kavramdan sonra bir de "rasgele sayı". Ekonometri, Sayısal Çözümleme, Şifreleme, Bilgisayar Programlama, Deneysel Fizik, İstatistik gibi birçok uygulamalı bilim alanında rasgele sayılar, simülasyon (benzetim) aşamasında kullanılmaktadır. "Artık gelelim şu bizim π'ye" diyorsanız, biraz daha sabır göstermenizi isteyeceğim. Kısaca simülasyon, model üzerinde deney yapmadır. Rasgelelik içeren olay ve süreçlerin, bilgisayar ortamında deneyinin yapılmasıdır. Bir olay, süreç veya sistemle ilgili bir özelliğin ya da davranışın model üzerinde gözlenmesine simülasyon (simulation) denir. "Simulation"; taklit, benzetim anlamına gelen bir sözcüktür.

Matematiksel modellerde, analitik veya sayısal bir çözüm bulunamadığında simülasyona başvurulduğunu ve optimal bir sonuç yerine, değişik koşullar altında yapılan denemelerle birtakım "gözlem" sonuçlarının elde edildiğini belirtelim. Modeller kurulduktan sonra, bu modellerden sonuç çıkarma yöntemlerinden veya başka bir ifadeyle çözüm yöntemlerinden biri olan simülasyon; analitik veya sayısal çözümler arasında en son başvurulması gereken bir çare olarak düşünülmesine karşılık, bilgisayar ve diğer teknolojik gelişmeler sonucunda çok kullanılan bir yöntem haline gelmiştir. Bununla birlikte, simülasyon ile elde edilen gözlemlerin gerçek dünyadakine göre ucuz, çabuk ve tekrarlanabilir şekilde elde edilmesi ve özellikle rasgelelik içeren modellerde çok değişik koşullar

altında gözlem yapma olanağı vermesi, bazı durumlarda simülasyonu birinci sırada tercih edilen bir yöntem haline getirmektedir. Ancak, simülasyon sonucunda gerçek olay, süreç veya sistemle ilgili "model üzerinde yapılan deneyler" ile bazı gözlem değerlerinin elde edildiği unutulmamalıdır.

Simülasyon, eğitimde (pilot eğitimi, iş oyunları, savaş oyunları, rasgeleliğin kavratılması, ...) maliyeti düşük ve kullanışlı bir yöntemdir. Özellikle rasgele değişken içeren modellerdeki simülasyonda rasgeleliğin sağlanması (olasılık dağılımlarından rasgele sayı üretilmesi) ve simülasyon sonucunda elde edilen "gözlem" değerlerine bağlı sonuçların "iyiliği" sorunları, istatistiksel olarak çözülmesi gerekenlerden başlıca ikisidir. Olasılık dağılımlarından rasgele sayı üretilmesinin esası, düzgün dağılımdan sayı üretilmesine bağlıdır. Düzgün dağılıma sahip sayıların üretimi de, kendi başına bir araştırma konusudur. Son yıllarda, simülasyon, özellikle eğitim alanında kullanılan yöntemlerin başında gelmektedir. Simülasyonun temelinde de rasgele sayılar yatmaktadır. Yapılan simülasyon işleminin gerçek dünyadaki olayı iyi bir şekilde taklit edebilmesi istenir; eğer taklit iyi yapılamıyorsa, deney gerçek dünyadaki olayı iyi temsil edemeyecektir. Bu nedenlerle rasgele dizi kavramının uygulama açısından önemi büyüktür. İstatistiksel dağılımlardan örnek almak (model üzerinde deney yapma, bilgisayarda deney yapma, gözlem alma) için $(0,1)$ aralığında düzgün dağılıma sahip rasgele değişkenlerin çeşitli fonksiyonları kullanılır. Eğer $(0,1)$ aralığındaki düzgün dağılımdan rasgele sayı üretilemiyorsa doğaldır ki; diğer dağılımlardan da sayı üretmek mümkün olamamaktadır. Bunun için çeşitli üreteçler (fonsiyonel ilişki) kullanılmakta ve çeşitli istatistiksel özellikleri sağlayan üreteçler, rasgele sayı üreteçleri olarak kullanılmaktadır. Bu sayılar belirli kurallara göre üretildiklerinden, "sözde rasgele sayı" olarak bilinmektedir.

Hepimizin yakından bildiği bilgisayar oyunlarının da temeli bu rasgele sayılara bağlıdır. Tavla oyununda zar atışının bilgisayarda yapılabilmesi için, yine rasgele sayı üreteçlerinden yararlanılır. Bilgisayarda oynanan talih oyunlarında da rasgele sayı üreteçleri kullanılır. Bazı kişiler, bu rasgele sayı üreteçlerinin formulünü keşfederek bu oyunlarda hile yapmaktadır. Bununla ilgili son zamanlarda haklarında kanuni yaptırımlar uygulanan kişiler de bulunmaktadır. Kısaca bilgisayarda oyun oynayan ya da oyun programları yazanların, rasgele sayıları kullanmadan herhangi bir şey yapmaları olanaklı değildir.

Eğitimde de simülasyon; hem masrafsız hem de kolay olduğundan, bilgisayar destekli eğitim programları, son yıllarda kullandığımız programların başında gelmektedir. Bu programlar, öğrenenin, konuya ilgisini çekmek için hareketli görüntüler ve grafikler kullanılarak, aktif bir şekilde öğrenme sürecine girmesini sağlar. Bilindiği gibi kişinin konuya ilgi duyması, eğitim açısından çok önemlidir. Öğrenen; konunun temel kavramlarını tanıdıktan sonra, çeşitli modeller üzerinde programın elverdiği ölçüde girdilerini değiştirerek sonuçları bilgisayar ekranında görebilir. Biraz programlama bilgisi olan bir kişi, kendi simülasyonlarını kendisi de kolaylıkla yapabilir. Özellikle çeşitli araçların kullanımı ile ilgili eğitimde (Uçak, Gemi, Uzay araçları gibi); bu araçların hangi ortamda nasıl kullanılacağını ve kontrol edileceğini öğretmek amacıyla, kullanıcının gerçek durumda karşılaşabileceği farklı ortamlar hazırlanır ve kullanıcı bu durumlara göre davranış biçimleri ortaya koyar. Eğer kullanıcıya belirli, sabit, değişmeyen ortamlar oluşturulursa; belli bir süre sonra kullanıcı bunlara alışacağından, gerçeğin kendisinden uzaklaşmış olur. Bu nedenle kullanıcıya hep farklı durumlarla karşılaşabileceği ortamların, yani gerçek dünyada "rasgele" olarak karşısına çıkabilecek ortamların oluşturulması gerekir ki; bu da ancak rasgele sayıların kullanılmasıyla olur.

Günümüzde bilgisayar teknolojilerinin gelişmesi ile beraber, π'nin milyarlarca ondalık basamağı CD-ROM'lara kaydedilerek simulasyon çalışması yapanların kullanımına sunulmuştur. π sayısı, doğal rasgele sayı üreteci olarak adlandırılmıştır [15]-[17].

Kaynakça

[1]- S. Sertöz, *Matematiğin Aydınlık Dünyası*, Tübitak Yay.,1996.

[2]- M. Boll, *Matematik Tarihi*, İletişim Yay., 1991.
[3]- G. Gamov, 1-2-3 Sonsuz, Evrim Yay., 1995.
[4]- T. Pappas, *Yaşayan Matematik*, Sarmal Yay., 1993.
[5]- G. H. Hardy, *Bir matematikçinin Savunması*, Tübitak Yay., 1994.
[6]- J. P. King, *Matematik Sanatı*, Tübitak Yay., 1997.
[7]- A. Dönmez, Matematik Tarihi, V Yay., 1986.
[8]- H. R. Pagels, *Kozmik Kod, Doğanın Dili/Kuantum Fiziği*, Sarmal Yay., 1992.
[9]- A. Erdil, Aşkın Sayılar Üzerine, *Matematik Dünyası* Sayı 2, 1998.
[10]- B.J.T. Morgan, *Elements of Simulation*, Chapman and Hall, 1992
[11]- H.C. Tuckwell, *Elementary Applications of Probability Theory*, Chapman and Hall, 1998
[12]- F.Öztürk, *Matematiksel İstatistik*, A.Ü.F.F. Yay. No:10, 1993.
[13]- P. Bremaud, *An Introduction to Probabilistic Modeling*, Springer-Verlag, 1988
[14]- I. Deak, *Random Number Generators and Simulation*, Akademiai Kiado, Budapest 1990.
[15]- Y. Dodge, A Natural Random Number Generator, *International Statistical Review*, 1996, 329-344.
[16]- T. Jaditz, Are the Digits of π an Independent and Identically Distributed Sequence?, *The American Statistician*, Vol.54, No.1, 12-16, February 2000.

[17]- L. Özbek, Rasgele dizi ve π , *Matematik Dünyası*, 2000, Cilt9., Sayı 1, 26-28.
[18]- D.H. Bailey, J.M.Borwein and S.Ploufle, "The Quest for pi", *The Mathematical Intelligencer*, June 1996.
[19]- L.J.Lange, An elegant Continued Fraction for π , *The American Mathematical Mountly*, May 1999, Vol.106, N.5, 456-458.
[20]- T.J. Osler, The Union of Vieta's and Wallis's Product for Pi, *The American Mathematical Mountly*, October 1999, Vol.106, N.8, 774-776.
[21]- P. Borwein, The amazing number π , September 2000, *NAW* 5/1, nr.3, 42-46.
[22]- P.Borwein, Ocak 2001, Kişisel web sayfası (internette π 'ye açılan kapı), http://www.cecm.sfu.ca/personal/pborwein.



Susan Seals
"Discover"

Başkent Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
Bağlıca Kampüsü, Eskişehir Yolu 20.km
Ankara

Tel: 0312 - 2341010 / 1726/1674/1721/1663
Faks: 0312 - 2341043
e-posta: info@elyadal.org

www.elyadal.org